

(ATE 2020, October 2020). – Warsaw, Poland: Springer Nature Switzerland AG, 2021. – P. 116-130.

6. *Mazur M.* Qualitative theory of information. – M.: Mir, 1974. – 239 p. (in Russian).

7. *Plotnikov N.I.* Information intelligence: how closed information is created from open sources. Monograph. – Novosibirsk: SB RAS, 1998. – 131 p. (in Russian). – URL: <http://aviam.org/index.php/layout/library> (дата обращения 1.09.2021).

Степанцов М.Е.

Об одной особенности моделирования первого этапа распространения инфекции COVID-19

Аннотация: В работе рассмотрен ход моделирования распространения инфекции на первом этапе пандемии, выявлены несоответствия между результатами моделирования при помощи непрерывных функций и на основе дискретных моделей класса клеточных автоматов. По результатам анализа этих несоответствий указано на возможную ошибку при использовании непрерывных моделей в данном случае и даны рекомендации по ее избеганию.

Ключевые слова: распространение инфекции, математическое моделирование, дискретные модели, клеточные автоматы

Безусловно, главной проблемой безопасности на данном этапе развития человечества стала пандемия новой коронавирусной инфекции и последствия как самого заболевания, так и ограничительных мер, призванных сдержать ее распространение. Математическое моделирование динамики этих процессов представляет собой не просто задачу с рядом неопределенных параметров – оно является задачей, в которой не определено, какие параметры и в какой степени являются неопределенными.

Так, в этот период постоянно менялись данные о различиях в характере распространения разных штаммов вируса, взятие анализов на наличие вируса в разных странах производилось у разных групп населения, использовались тесты разного качества с

неизвестной долей ложноположительных и ложноотрицательных результатов, в ряде регионов в статистику заболевших были включены пациенты с любыми проявлениями ОРВИ или, напротив, исключались лица без симптомов заболевания. Что касается статистики смертности от коронавируса, подходы к тому, что считать причиной смерти также разнились по странам и регионам [1]. Наконец, имеют право на существование подозрения в том, что из политических или иных соображений в некоторых случаях показатели заболеваемости и смертности сознательно искажались в ту или иную сторону. Благодаря такой неопределенности также не представляется возможным учесть прямое влияние ограничительных мер на распространение заболевания, если твердо придерживаться принципа «после – не обязательно означает вследствие».

В этих условиях, тем не менее, проводилось много исследований с использованием классических непрерывных моделей динамики распространения инфекции, например, [2-3]. В большинстве случаев они основывались на том, что при исследовании начального этапа пандемии может быть рассмотрен лишь один объективный показатель: официально заявленное число зараженных людей.

Представлялось интересным попытаться построить дискретные модели распространения инфекции, например, на основе клеточных автоматов, и сравнить порождаемую ими динамику с непрерывными вариантами моделей. Исходя из вышеприведенных рассуждений о неопределенностях, рассматривалось только количество «официально» заразившихся людей и было сделано предположение, что в каждой отдельной стране или на обособленной территории динамика этого показателя определяется двумя факторами: способностью вируса к распространению и неким обобщенным сдерживающим фактором.

Таким образом, можно предположить, что определяется в отсутствие сдерживающего фактора количество зараженных описывается простейшим дифференциальным уравнением

$$\frac{dN}{dt} = kN, \quad (1)$$

а при его наличии – уравнением Ферхюльста [4]

$$\frac{dN}{dt} = kN \left(1 - \frac{N}{M}\right) \quad (2)$$

Решениями этих уравнений являются экспоненциальная функция

$$N(t) = Ae^{kt} \quad (3)$$

при рассмотрении начального роста, и логистическая кривая

$$N(t) = \frac{B}{1 + Ce^{-kt}} \quad (4)$$

после начала действия сдерживающего фактора соответственно.

Далее в ходе исследования эта динамику была описана при помощи простого дискретного отображения, а также математических моделей, представлявших собой одномерный и многомерные клеточные автоматы с различными типами окрестностей. Следует указать, что в рамках этого исследования не удалось получить оригинальных результатов, принципиально отличающихся от полученных в рамках непрерывной модели.

Однако в ходе моделирования обнаружилась одна любопытная особенность. Первым значимым событием в развитии эпидемии в стране или регионе можно считать момент, когда рост числа заболевших начинает отставать от экспоненциального – в этот момент можно утверждать, что сдерживающий фактор (чем бы он ни был) начал действовать, а также имеет смысл заменять регрессию к экспоненциальной функции (3) регрессией к логистической кривой (4).

В ходе вычислительных экспериментов момент замедления роста заболеваемости определялся как день, после которого реальное количество заболевших становилось меньшим 99% предсказанного при моделировании неограниченного роста. При использовании дискретных моделей любого типа этот момент наступал на несколько дней позже, чем при использовании непрерывных моделей.

Причина этого, как удалось выяснить, состоит в том, что регрессия к экспоненциальной кривой обычно производится путем линеаризации исходной модели, то есть логарифмирования выражения (1)

$$\ln N = \ln A + kt \quad (5)$$

и применения линейной регрессии к полученной зависимости. При этом фактически минимизируется относительное, а не абсолютное расхождение между экспериментальными и теоретическими значениями. При использовании же дискретной модели ее коэффициенты подбираются исходя из минимизации евклидова расстояния между результатами вычислительного эксперимента и наблюдаемыми данными. В рассматриваемом случае это приводит к тому, что коэффициент прироста, рассчитываемый на основании непрерывной модели, оказывается выше, и, как следствие – начало отставания реального роста заболеваемости от экспоненциального (назовем его моментом А) опережает момент В – начало его же отставание от неограниченного роста, рассчитываемого при помощи дискретной модели.

В таблице 1 приведены результаты моделирования динамики числа зараженных на первом этапе пандемии по пяти странам. Статистические данные о количестве зараженных в этих странах были взяты из [5].

Таблица 1 – Результаты моделирования динамики численности зараженных

Страна	Коэффициент прироста k			Время между моментами А и В
	Линеаризация непрерывной модели	Дискретная модель	Уравнение Ферхюльста	
Китай	0,26	0,19	0,20	4 дня
Италия	0,24	0,18	0,15	3 дня
США	0,24	0,18	0,18	5 дней
Россия	0,20	0,15	0,16	10 дней
Швеция	0,18	0,10	0,11	9 дней

Различие в полученных этими двумя способами темпов прироста числа заболевших на первом этапе распространения вируса являются весьма существенными. Полагаю, что в рамках рассматриваемой проблемы аппроксимация динамики числа заболевших, исходя из минимизации абсолютных значений разницы

между наблюдаемым и теоретическим количествами зараженных, является более адекватной, поскольку речь идет не о некоей обобщенной или усредненной величине, а о соответствии между интегральными результатами отдельных случайных событий в модели и в реальности. Подтверждением этого является и близость значений коэффициента прироста по результатам моделирования второго этапа развития пандемии именно к коэффициентам, полученным при помощи дискретных моделей.

Таким образом, применение регрессии к линеаризованной модели в данном случае может привести к тому, что замедление распространения инфекции может быть зафиксировано преждевременно. Во избежание такой ошибки в данной задаче может быть либо применено дискретное моделирование, либо же нелинейная регрессия должна осуществляться путем минимизации расстояния между исходной функцией, к которой проводится регрессия и наблюдаемыми величинами.

Литература:

1. *Ильин С.* Коронавирусная инфекция: моделирование и прогноз // Коммерсантъ, 15.04.2020. – URL: <https://www.kommersant.ru/doc/4322667> (дата обращения 18.05.2020).

2. *Томчин Д.А., Ситчихина М.С., Фрадков А.Л.* Прогнозирование распространения вируса covid-19 в россии на основе математической модели SIR / Национальная (Всероссийская) конференция по естественным и гуманитарным наукам «Наука СПбГУ – 2020». – Санкт-Петербург: СПбГУ, 2020. – С. 529-531.

3. *Куркина Е.С., Кольцова Е.М.* Математическое моделирование и прогнозирование распространения эпидемии коронавируса COVID-19 / Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 4-й Международной конференции (4-5 февраля 2021 г. Москва). – М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2021. – С. 178-192. – URL: <https://keldysh.ru/future/2021/17.pdf> (дата обращения 18.09.2021).

4. *Verhulst P.F.* Recherches Mathématiques sur La Loi D'Accroissement de la Population // Nouveaux Mémoires de l'Académie

Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. – 1845. – 18, Art. 1. – P. 1-45.

5. Our World in Data. Statistics and Research. Coronavirus Pandemic (COVID-19). – URL: <https://ourworldindata.org/coronavirus#> (дата обращения 10.10.2021).

Гучук В.В.

Прикладная формализация корректировки экспертной кластеризации многопараметрических объектов

Аннотация: Рассматривается формализация процедуры корректировки экспертных оценок, используемой в качестве механизма повышения надежности и адекватности применения экспертных оценок. Интерактивная процедура основана на простейших предположениях о свойствах объектов, которые позволяют улучшать качество кластеризации по экспертным оценкам слабо формализуемых многопараметрических объектов.

Ключевые слова: экспертные оценки, кластеризация, объективизация, алгоритмизация, нечеткие множества, фаззификация, диндекс

Использование экспертных оценок актуально при разработке новых сложных научно-технических изделий, в медицинской диагностике, при анализе сложно-структурированных объектов, которые плохо поддаются полной или даже частичной формализации. Для повышения надежности этих оценок автором в [1] предлагается использовать процедуру, позволяющую на основе анализа измеряемых параметров улучшать качество экспертной кластеризации объектов – процедуру объективизация экспертных оценок. В качестве одного из механизмов дополнительной поддержки надежности и адекватности применения экспертных оценок может служить формализация таких процедур.

Сложность формализации процедуры объективизации экспертной кластеризации определяется, как правило, отсутствием математических моделей реальных объектов.