

organizational control systems // The scientific articles collection: Institute of Modeling Problems in Energy, NAS of Ukraine. – V. 48. – 2008. – P. 3-21.

5. *Gruzdev D.A., Zakalkin P.V., Kuznetsov S.I., Teslya S.P.* The information and telecommunication networks monitoring // Communication educational institutions proceedings. – 2016. – Volume 2. №4. – P. 46-50.

6. *Lepeshkin OM, Ostroumov OA, Savishchenko NV.* The management process regulation implementation – a criterion for determining the criticality of the system / State and prospects for the development of modern science in the direction of "Information security". Collection of articles of the III All-Russian scientific and technical conference. – Anapa: Military innovative technopolis "ERA", 2021. – P. 625-634.

7. *Lepeshkin O.M., Ostroumov O.A., Chernykh I.S., Ostroumov M.A.* On the question of the critically important object concept / Problems of troops technical support in modern conditions. Proceedings of the VI Interuniversity Scientific and Practical Conference. – St. Petersburg: Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny, 2021. – P. 17-20.

---

**Кереселидзе Н.Г.**

### **Новые модели распространения вируса SARS-CoV-2 и проблемы управления безопасностью**

**Аннотация:** Предложена новая математическая и компьютерная модель распространения вируса SARS-CoV-2 с учетом протокола борьбы с эпидемией принятой властями Грузии. Ставится задача управления борьбы с эпидемией при вакцинации с временным иммунитетом.

**Ключевые слова:** математическая, компьютерная модель, SARS-Cov-2, управление, эпидемия

#### **1. Введение**

Моделирование процессов пандемии COVID19, вызванной вирусом SARS-CoV-2 представляет повышенный интерес. И это естественно, пандемия унесла немало жизней, увеличило число людей с различными заболеваниями, ухудшило благосостояние

людей и другое. На первом этапе борьбы с COVID19 главными средствами были организационные ограничения, медицинские маски и т.п. Порой приходилось объявлять в государстве полный локдаун. Это давало положительный результат – минимальное число заболевших и скончавшихся от нового коронавируса. Однако локдаун оказался слишком дорогим мероприятием и бюджет стран сильно страдал. Пополнения в казну катастрофически падали и средств на социальные нужды, в том числе и лечение заразившихся новым вирусом не хватало. Для оздоровления экономики был снят локдаун, но в итоге увеличилось число погибших и заразивших. Больных и в этом случае лечат за государственный счет. Таким образом, и в отсутствие локдауна финансовые расходы.

Таким образом, стоит задача принятия решения и надо определить, в какой мере, и как надо применять карантинные меры, чтобы не было резкого пика заболеваемости и экономика страны избежала кризиса. Надо решать задачу управления безопасности жизни населения и экономики государства.

После того, как появилось возможность вакцинации людей, задача управления безопасности жизни населения и экономики государства не стала менее актуальной. Отчасти из-за того, что вакцин было недостаточно, отчасти из-за антиваксерного движения, отчасти из-за того, что эффективность вакцин оказалось ниже ожидаемого.

Задача управления безопасности жизни населения и экономики совершенствовалась по мере получения новых средств и знания в борьбе с пандемией. Проблему управления безопасностью, без вакцинации было рассмотрено в [1], с вакцинацией в [2]. Однако в [2], предполагалось, что вакцинированные люди не заражались вирусом, однако в действительности, как показывают последние исследования, это не так, число зараженных вакцинированных людей немалое количество. Следовательно, в данной работе попытаемся поставить, усовершенствовать задачу управления безопасностью жизни населения и экономики, с учетом уязвимости вакцинированных персон.

За основу построения математической модели распространения SARS-Cov-2 принят протокол выработанный системой здравоохранения Грузии, обязательны для исполнения всеми

властными органами страны. При построении модели были использованы идеи изложены в [3-5].

## 2. Бизнес логика процесса борьбы с эпидемией

Пусть в момент времени  $t$  в стране находится  $N(t)$  число граждан. В это же самое время в страну въезжает  $N_e(t)$  число граждан. По протоколу всех их следует направлять в места, отведенные для карантина – гостиницы, санаторий, дома отдыха и т.д. Однако, допустим, что не все прибывшие граждане переводятся в карантин, некоторым удалось каким-то образом избежать этого. Т.е., из  $N_e(t)$  граждан,  $\alpha_{e1}(t)N_e(t)$  попали в карантин, а  $\alpha_{e2}(t)N_e(t)$  удалось избежать карантин. Имеем  $N_e(t) = \alpha_{e1}(t)N_e(t) + \alpha_{e2}(t)N_e(t)$ . Или  $1 = \alpha_{e1}(t) + \alpha_{e2}(t)$ . Заметим, что в стране имеется группа въезжающих людей -  $E$ , группа находящаяся в карантине -  $Q$ . Пусть в момент времени  $t$  на карантине находятся  $N_q(t)$  число граждан. По прошествии некоторого времени определенное число людей, у которых тесты покажут положительный результат на наличие SARS-Cov-2 вируса переводят в стационар на лечение – они инфицированы, и об этом есть документальное подтверждение, эту группу людей обозначим через  $I$ . Пусть в момент времени  $t$  из карантина на лечение направляется  $N_{qi}(t)$  число граждан, а  $N_{qh}(t)$  число граждан отпускают из карантина и они пополняют группу граждан -  $HS$ , конкретно в группы здоровых людей без иммунитета -  $H$ , их число составляет  $N_{hs}(t)$ . После лечения из группы  $I$  выздоровевшие пациенты пополняют группу здоровых людей с иммунитетом  $HI$ , их число составляет  $N_{hi}(t)$ , к сожалению, определенное число пациентов  $N_{di}(t)$  не удается спасти. Группу, скончавшихся от вируса, обозначим через  $D$ . Заметим, что помимо заведомо инфицированных людей, в обществе имеется группа  $S$  больных людей носящий вирус, но об этом не имеется

документальное подтверждение, число этих людей обозначим через  $N_s(t)$ . Как раз члены из группы  $S$  и являются основным распространителями вируса, они свободно контактируют с членами группы здоровых людей без иммунитета -  $H$ , в котором  $N_h(t)$  граждан заражая их. Сложность ситуации в том, что соответствующие органы не знают точно ни число этих людей, но и самих распространителей инфекции. Заметим, что группа  $HS$  является объединением групп  $H$  и  $S$ ,  $N_{hs}(t) = N_h(t) + N_s(t)$ .

Эпидемиологические службы определяют из группы  $S$  инфицированных  $N_{si}(t)$  людей и переводят их в стационары на лечение, пополняя тем самым группу  $I$ . Вместе с тем определяется круг их контактов, пусть в количестве  $N_c(t)$  людей из группы  $HS$  и переводят их в карантин, пополняя группу  $Q$ , соответственно  $N_{ch}(t)$  - из группы  $H$ , и  $N_{cs}(t)$  из группы  $S$ ,  $N_c(t) = N_{ch}(t) + N_{cs}(t)$ . К сожалению, в группе  $S$  также имеется случай кончины от вируса, обозначим их число через  $N_{ds}(t)$ , которые пополняют группу  $D$ . Мы будем предполагать, что люди переболевшие новым корона вирусом приобретают иммунитет, но могут заразиться вновь. При вакцинации люди из группы  $H$  переходят в  $HI$ . Т.е. в процессе вакцинации людей из группы здоровых людей без иммунитета, привитые люди из  $H$  переходят в группу здоровых людей с иммунитетом  $HI$ . то обозначим их число в момент времени  $t$  через  $N_{hit}(t)$ .

По последним данным, несмотря на вакцинацию, некоторые члены группы  $HI$ , общаясь с членами группы  $S$ , могут быть инфицированными. Поэтому, часть из них направляется на лечение  $I$ , а часть в карантин  $Q$ . Замети, что количество членов групп  $E, Q, I, HI, D, HS$  известно в каждый момент времени  $t$ . Однако, точно не известно количество членов групп  $H$  и  $S$  соответственно. Между тем, контакты членов групп  $H$  и  $S$  могут ухудшить эпидемиологическую ситуацию, так, как больные из  $S$  могут заразить здоровых из  $H$ .

Построим схему борьбы с эпидемией и ее бизнес логику в виде ориентированного графа:

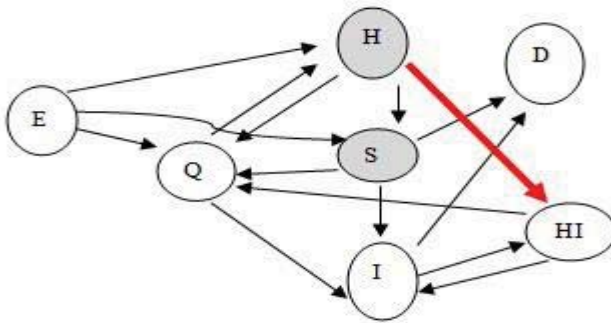


Рисунок 1 – Ориентированный граф борьбы с эпидемией

### 3. Построение модели

В ориентированном графе на рисунке 1 дуга EH имеет вес  $\alpha_{e21}(t)N_e(t)$  а дуга ES -  $\alpha_{e22}(t)N_e(t)$ . Дело в том, что некоторые граждане въехавшие в страну и не попавшие в карантина могут быть и здоровыми, и инфицированными - больными. Точно их число не известно, однако известно, что  $\alpha_{e21}(t) + \alpha_{e22}(t) = \alpha_{e2}(t)$ . Но вместе они пополняют HS=HUS группу, объединение групп H и S.

Скорость изменения числа группы здоровых людей без иммунитета -  $N_h(t)$  из группы H зависит от интенсивности: контактов между членами групп H и S; пополнения группы Q из группы H  $N_{ch}(t)$  людьми; пополнения группы H из группы Q  $N_{qh}(t)$  людьми, пополнения группы H из группы E  $N_e(t)$  людьми. Поэтому имеем:

$$\frac{dN_{hi}(t)}{dt} = \alpha_{qh}N_{qh}(t) + \alpha_{eh}(t)\alpha_{e21}(t)N_e(t) - \alpha_{ch}N_{ch}(t) - \alpha_{hs}N_h(t)N_s(t) \quad (1)$$

где  $\alpha_{qh}$ ,  $\alpha_{eh}(t)\alpha_{e21}(t)$ ,  $\alpha_{ch}$ ,  $\alpha_{hs}$  соответствующие коэффициенты. Скорость изменения числа группы здоровых людей с иммунитетом

-  $N_{hi}(t)$  из группы  $HI$  зависит от интенсивности: выздоровления больных из группы  $I$  (увеличивает), вакцинации в группе  $H$  (увеличение), контактов между членами групп  $HI$  и  $S$  (уменьшает) – при этом часть из группы  $HI$  переходит в группу  $Q$ , а часть в  $I$ . В результате получим:

$$\frac{dN_{hi}(t)}{dt} = \alpha_{ihi}(t)N_i(t) + \alpha_{vac}(t)N_h(t) - \alpha_{qshi}N_s(t)N_{hi}(t) - \alpha_{ishi}N_s(t)N_{hi}(t) \quad (2)$$

Аналогично рассуждая можно выписать соотношения на подобие (1) и для скорости изменения численности групп  $Q, I, S$ . В результате получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_h(t)}{dt} = \alpha_{qh}(t)N_q(t) + \alpha_{eh}(t)\alpha_{e21}(t)N_e(t) - \alpha_{hc}(t)N_h(t) - \\ \quad - \alpha_{hs}(t)N_h(t)N_s(t) - \alpha_{vac}(t)N_h(t), \\ \frac{dN_q(t)}{dt} = \alpha_{hc}(t)N_h(t) + \alpha_{eq}(t)\alpha_{e1}(t)N_e(t) + \alpha_{sc}(t)N_s(t) - \\ \quad - \alpha_{qh}(t)N_q(t) - \alpha_{qi}(t)N_q(t) + \alpha_{qshi}N_s(t)N_{hi}(t), \\ \frac{dN_s(t)}{dt} = \alpha_{hs}(t)N_h(t)N_s(t) + \alpha_{es}(t)\alpha_{e22}(t)N_e(t) - \\ \quad - \alpha_{si}(t)N_s(t) - \alpha_{sc}(t)N_s(t) - \alpha_{sd}(t)N_s(t), \\ \frac{dN_i(t)}{dt} = \alpha_{si}(t)N_s(t) + \alpha_{qi}(t)N_q(t) - \alpha_{ihi}(t)N_i(t) - \alpha_{id}(t)N_i(t) + \\ \quad + \alpha_{ishi}N_s(t)N_{hi}(t), \\ \frac{dN_d(t)}{dt} = \alpha_{id}(t)N_i(t) + \alpha_{sd}(t)N_s(t), \\ \frac{dN_{hi}(t)}{dt} = \alpha_{ihi}(t)N_i(t) + \alpha_{vac}(t)N_h(t) - \alpha_{qshi}N_s(t)N_{hi}(t) - \\ \quad - \alpha_{ishi}N_s(t)N_{hi}(t). \end{array} \right. \quad (3)$$

где коэффициенты в системе неотрицательны, наблюдение эпидемией происходит на отрезке времени  $[t_0; T]$ . В (3) функция

$N_e(t)$  в принципе известна – количество въезжающих граждан. В начальный момент времени  $t_0$  известны:

$$N_q(t_0) = N_{q0}, \quad N_i(t_0) = N_{i0}, \quad N_d(t_0) = N_{d0}, \quad N_h(t_0) + N_s(t_0) = N_{00}. \quad (4)$$

Система (3) с начальными условиями (4) составляют математическую модель эпидемии SARS-Cov-2 вируса.

#### 4. Задача управления эпидемией

Анализируя протокол борьбы с эпидемией и ее математическую модель, следует отметить, что контроль за распространением инфекций имеет особые рычаги управления. Так, например, усовершенствовав контроль за прибывшими гражданами, можно практически исключить проникновение больных граждан в общество, минуя карантин. В модели, например, следует уменьшить значения коэффициентов  $\alpha_{e21}(t), \alpha_{e22}(t)$ . Также подбирая значения

коэффициента  $\alpha_{hs}(t)$  фактически можно достичь жесткий локдаун, или либеральную политику сдерживания эпидемии. Пусть при подборе  $\alpha_{e21}(t)$  – воздействие на бюджетные расходы составляют  $B: \alpha_{e21}(t) \rightarrow R$ , а расходы при лечении инфицированных можно

выразить через  $W: \int_{t_0}^T N_i(\tau) d\tau X \alpha_{hs}(t) \rightarrow R$ , то общие расходы на выявление инфицированных и их лечение, с учетом их минимизации можно выразить так:

$$J(\alpha_{e21}(t), \alpha_{hs}(t)) = B(\alpha_{e21}(t)) + W\left(\int_{t_0}^T N_i(\tau) d\tau, \alpha_{hs}(t)\right) \rightarrow \inf. \quad (5)$$

Минимизация функционала (6) нужно достичь при условиях (3),(4) и ограничении:

$$B(\alpha_{e21}(t)) \geq L > 0. \quad (6)$$

Ограничение (6) означает, что бюджетные расходы на эти мероприятия не могут быть меньше определенной величины. Ясно, что имеем ограничения и сверху - бюджетные средства ограничены!

Заметим, что в функционале  $W(*)$  учтено и то, что подбирая значения коэффициента  $\alpha_{hs}(t)$  (тем самым определяя уровень

локдауна) мы фактически изменяем финансовые поступления - конкретно уменьшаем их. Поэтому нам нужно минимизировать и эту величину.

Для управления безопасности жизни населения и экономики государства рассматривается экстремальную задачу типа (5), (6), (3), (4).

При этом появляется еще одно ограничение, целью которого является достижения коллективного иммунитета:

$$N_{hi}(T) = N_{hit}(T) + N_{hiv}(T) \geq 0,7N(T). \quad (7)$$

Компьютерная реализация модели (3),(4) и экстремальной задачи (5),(6) была проведена в среде MatLab для различных значениях постоянных коэффициентов системы (3), начальных условиях (4) и конкретных функционалов  $B, W$ .

## 6. Выводы

Вычислительный эксперимент, проведенный на компьютерной модели, построенной на основе математической модели (3), (4) при постоянных коэффициентов позволяет заключить, что при помощи подбора значения параметров  $\alpha_{e21}$  и  $\alpha_{is}$  можно подобрать такое число инфицированных граждан,  $N_i(t)$ , при котором экономика не нуждается в локдауне, и прогноз выздоровления заразившихся благоприятен.

Литература:

1. *Kereselidze H.G.* Модели распространения вируса SARS-CoV-2 и проблемы управления безопасностью / Материалы XXVIII Международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем» (ПУБСС-2020) (16 декабря 2020 г. Москва). – М.: ИПУ РАН, 2020. – С. 77-83.

2. *Kereselidze N.G.* Forecasting of Key Indicators of the Manufacturing System in Changing External Environment // IFAC-PapersOnLine. – 2021. – Volume 54. Issue 13. – P. 617-621.

3. *Kermack W.O., McKendrick A.G.* A contributions to the mathematical theory of epidemics / Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – Aug. 1, 1927. – Vol. 115. №. 772. – P. 700-721.



4. *Kereselidze N.* Combined continuous nonlinear mathematical and computer models of the Information Warfare // International journal of circuits, systems and signal processing. – 2018. – Vol. 12. – P. 220-228.

5. *Кереселидзе Н.Г.* Модели распространения ложной информации / Материалы XXVII международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем» (ПУБСС-2019) (18 декабря 2019 г. Москва). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 167-172.

---

**Соколов А.В., Ройзензон Г.В., Комендантова Н.П.**

### **Технология создания систем мониторинга и прогноза состояния опасных явлений и объектов (на примере эпидемии COVID-19)**

**Аннотация:** В работе показано, как накопление информации (статистических данных и знаний) о пандемии COVID-19 приводит к уточнению математических моделей, к расширению области их использования. Построенная (на основе технологии сбалансированной идентификации [1]) модель удовлетворительно описывает динамику заболеваемости COVID-19 в г. Москва с 19.03.2020 по 22.10.2021 и может использоваться для прогноза с горизонтом в несколько месяцев. Основным внутренним механизмом, определяющим динамику модели, является коллективный иммунитет.

**Ключевые слова:** моделирование, сбалансированная идентификация, управление рисками, искусственный интеллект

#### **Оценка эффективности**

Важным направлением в рамках мониторинга и противодействия пандемии COVID-19 является разработка методологии оценки эффективности от введения дополнительных ограничительных мер, что предполагает разработку специальных систем критериев, по которым можно будет судить о степени достижения поставленных задач (целей). При этом критерии могут быть условно разделены на три большие группы. Первую группу образуют критерии, позволяющие для противодействия пандемии